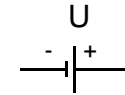


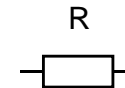
Kapitel 2:

Gleichstromnetz

- Grundbausteine
- Ohmsches Gesetz
- Kirchhoffsche Regeln
- Zählpfeilsystem
- Grundsaltungen
- Vereinfachung von Netzwerken
- Berechnungsverfahren
- Ideale und reale Spannungsquelle
- Idealer und realer Schalter



Gleichspannungsquelle



Widerstand

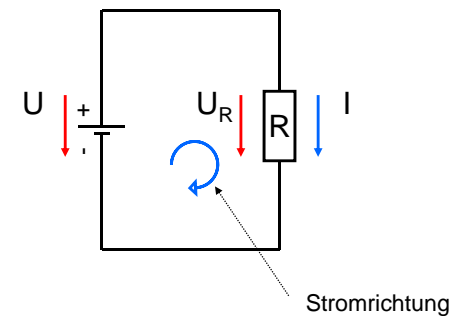
Ohmsches Gesetz

Der Strom der durch einen Leiter fließt ist
direkt proportional der angelegten Spannung und
umgekehrt proportional dem Widerstand des Leiters.

$$I = \frac{U}{R}$$

$$U = R \cdot I$$

$$R = \frac{U}{I}$$

Widerstandsnetzwerke
einfaches Netzwerk

$$R = \frac{U}{I}$$

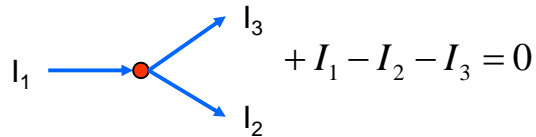
$$U_R = I \cdot R$$

$$I = \frac{U_R}{R}$$

In jedem Knotenpunkt ist die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme.

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

Zufließende Ströme tragen ein positives Vorzeichen.
Abfließende Ströme tragen ein negatives Vorzeichen.

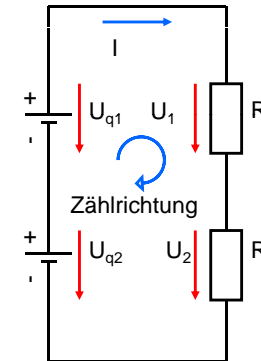


In jedem geschlossenen Stromkreis ist die Summe der Quellspannungen gleich der Summe der Spannungsabfälle.

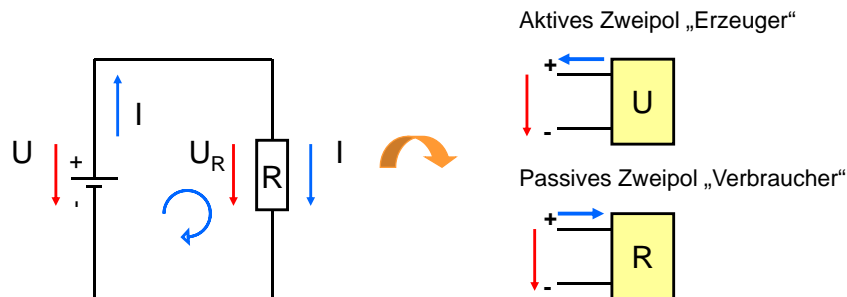
$$\sum_{i=1}^n U_i = 0$$

$$0 = -U_{q1} - U_{q2} + I \cdot R_1 + I \cdot R_2$$

$$I = \frac{U_{q1} + U_{q2}}{R_1 + R_2}$$

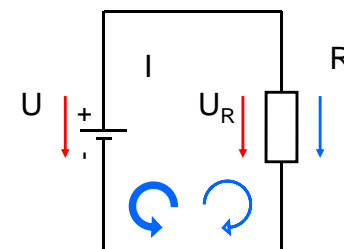


Zählpfeilsystem



Die Richtung des Zählpfeils wird normaler Weise in Richtung der Stromflußrichtung festgelegt. Ist diese nicht bekannt, kann sie beliebig festgelegt werden.

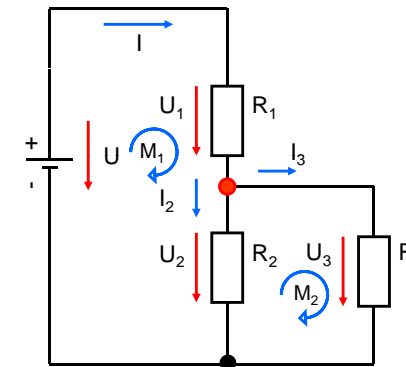
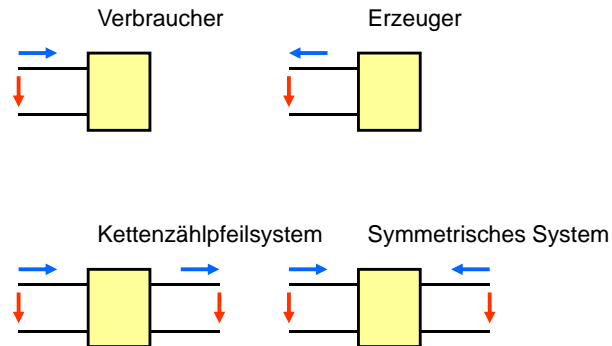
Zählpfeilsystem



Zur Vorzeichenfrage in einer Masche:

Bei -U; +U_R

Bei +U; -U_R



für den Knotenpunkt:

$$0 = I - I_2 - I_3$$

für die Masche M_1 :

$$0 = -U + U_1 + U_2$$

$$0 = -U + I \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2$$

$$U = I \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2$$

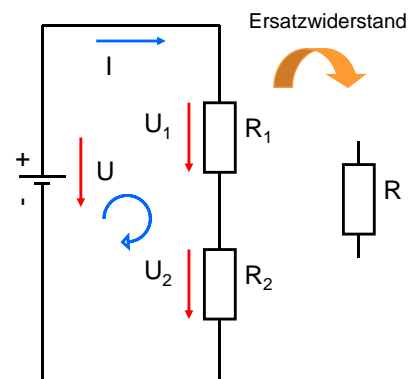
für die Masche M_2 :

$$0 = -U_2 + U_3$$

$$0 = -I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3$$

$$I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3 = U_2 = U_3$$

$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2}$$



$$0 = -U + U_1 + U_2$$

$$U = U_1 + U_2$$

$$U_1 = I_1 \cdot R_1$$

$$U_2 = I_2 \cdot R_2$$

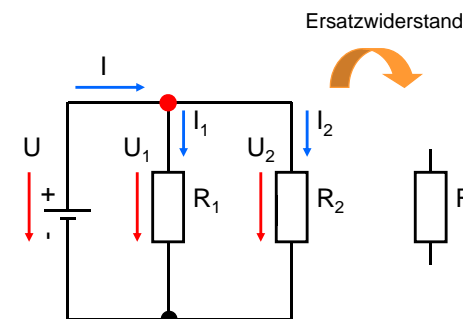
$$I = I_1 = I_2$$

$$U = I \cdot (R_1 + R_2)$$

$$R_1 + R_2 = \frac{U}{I} = R$$

$$R = R_1 + R_2$$

$$R = \sum_{i=1}^n R_i$$



$$I = I_1 + I_2$$

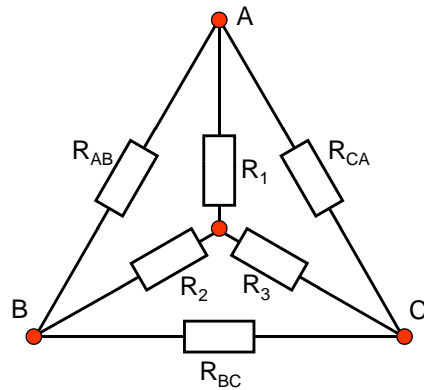
$$I_1 = \frac{U}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2}$$

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$I = U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = U \frac{1}{R}$$

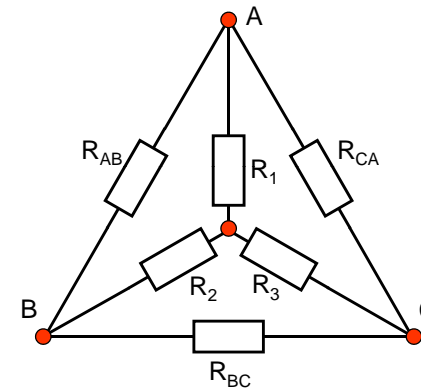
$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$



$$R_1 = \frac{R_{AB} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

$$R_2 = \frac{R_{BC} \cdot R_{AB}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

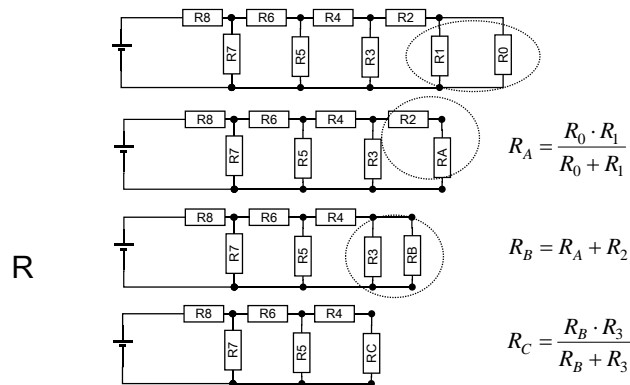
$$R_3 = \frac{R_{BC} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$



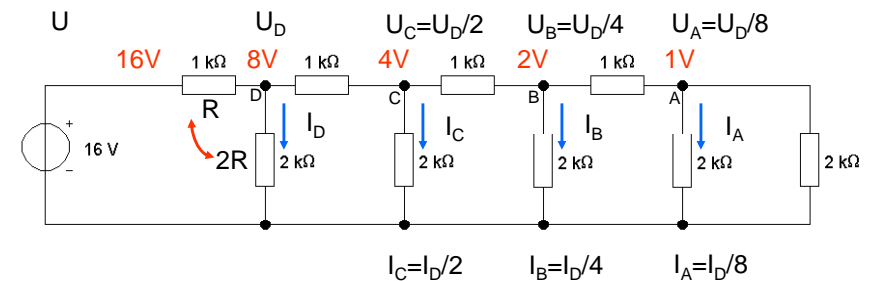
$$R_{AB} = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}{R_3}$$

$$R_{BC} = \frac{R_2 \cdot R_1 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3}{R_1}$$

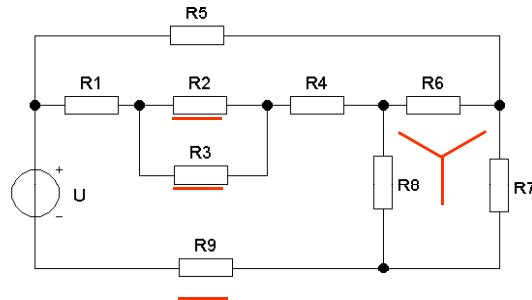
$$R_{CA} = \frac{R_3 \cdot R_1 + R_3 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_2}{R_2}$$



- Zusammenfassung und Vereinfachung durch
- Ersatzwiderstand aus Parallelschaltung und
 - Ersatzwiderstand aus Reihenschaltung.



Bevorzugt bei Digital/Analogwandlern eingesetzt.
Der Widerstandsteiler teilt die Eingangsspannung U in 2ⁿ Schritten.



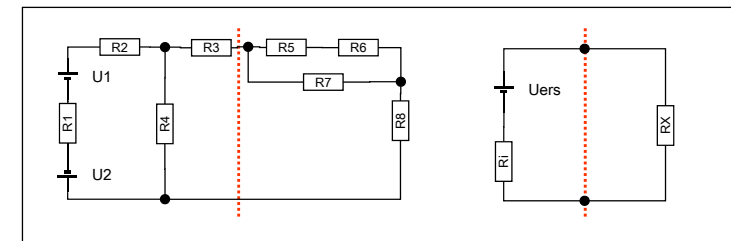
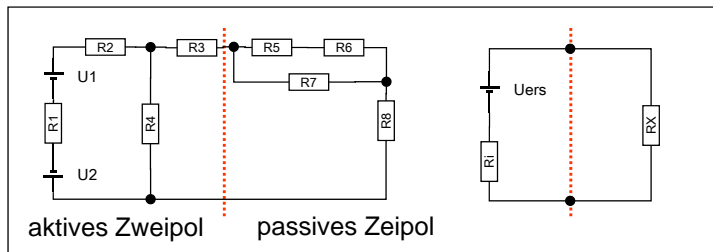
Zusammenfassung und Vereinfachung durch

- Dreieckschaltung zu Sternschaltung,
- Parallelschaltung zu Ersatzwiderstand und
- Reihenschaltung zu Ersatzwiderstand Umwandlung.

Berechnungsverfahren

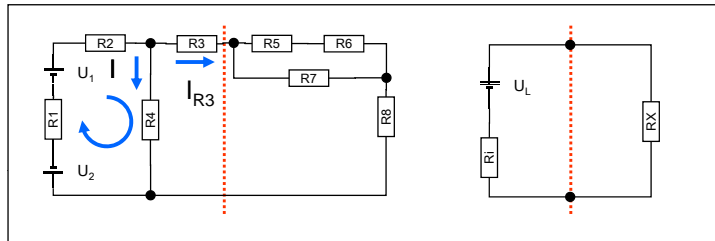
- Ersatzspannungsquelle
- Überlagerungsverfahren
- Maschenstromverfahren

Eine Schaltung wird derart vereinfacht, das ein aktives und ein passives Zweipol die Schaltung ersetzen. Auf Basis dieser Ersatzschaltung lassen sich alle Ströme und Spannungen berechnen.



1. Berechnung der Ersatzwiderstände

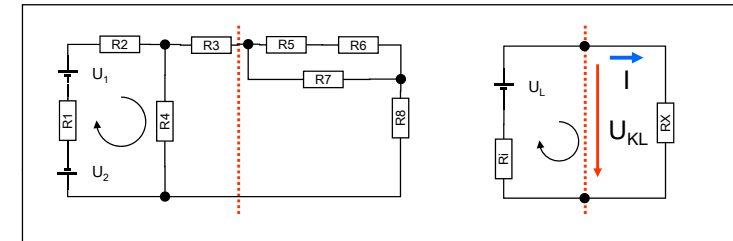
$$R_i = R_3 + \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_4}{(R_1 + R_2) + R_4} \quad R_X = R_8 + \frac{(R_5 + R_6) \cdot R_7}{(R_5 + R_6) + R_7}$$



2. Berechnung der Leerlaufspannung

$$I_{R3} = 0 \quad U_{R3} = I_{R3} \cdot R_3 = 0 \quad U_{R4} = I \cdot R_4 = U_L$$

$$0 = U_2 - U_1 + I \cdot (R_1 + R_2 + R_4) \quad I = \frac{U_1 - U_2}{R_1 + R_2 + R_4}$$

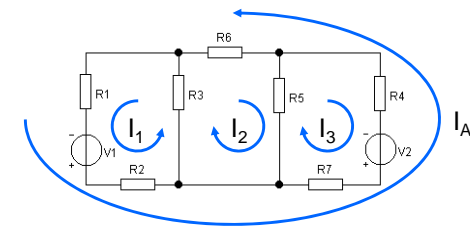
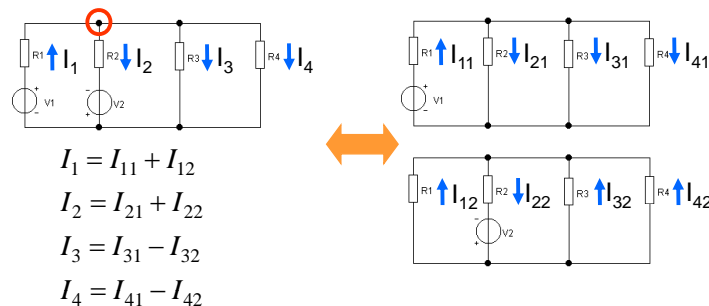


3. Berechnung der Klemmspannung und des Stroms

$$0 = -U_L + I \cdot R_X + I \cdot R_i \quad U_{KL} = I \cdot R_X$$

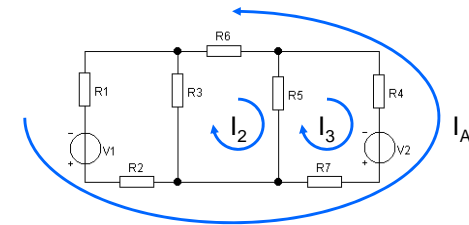
$$I = \frac{U_L}{R_i + R_X} \quad U_{KL} = U_L - I \cdot R_i$$

Sind in einer Schaltung nur lineare Widerstände und Spannungsquellen vorhanden, so kann der Strom in jedem Zweig der Schaltung als Summe der Teilströme der einzelnen Spannungsquellen ermittelt werden. Betrachtet wird hier der **rot markierte Knotenpunkt**.



Für jede Masche wird eine Stromflussrichtung angenommen.

- Jeder unabhängigen Masche wird ein Strom zugeordnet. Die Richtung dieses Maschenstroms kann man beliebig wählen, sie gilt als positiv.
- Man trifft die Zuordnung der Maschenströme so, das durch den interessierenden Maschenzweig nur ein Strom fließt.
- Aufstellung der Gleichungen für die ausgewählten Maschen auf Grund des Maschensatzes.
- Aus dem Gleichungssystem der Maschensätze ist der gesuchte Strom zu berechnen.



- Man trifft die Zuordnung der Maschenströme so, das durch den interessierenden Maschenzweig nur ein Strom fließt.

Masche I_A

$$U_1 - U_2 = \boxed{I_A} \cdot (R_1 + R_2 + R_7 + R_4 + R_6) - \boxed{I_2} \cdot R_6 - \boxed{I_3} \cdot (R_7 + R_4)$$

Masche I_2

$$0 = -\boxed{I_A} \cdot R_6 + \boxed{I_2} \cdot (R_3 + R_6 + R_5) - \boxed{I_3} \cdot R_5$$

Masche I_3

$$U_2 = -\boxed{I_A} \cdot (R_7 + R_4) + \boxed{I_2} \cdot R_5 + \boxed{I_3} \cdot (R_5 + R_4 + R_7)$$

Die Maschengleichungen als Matrixgleichung geschrieben:

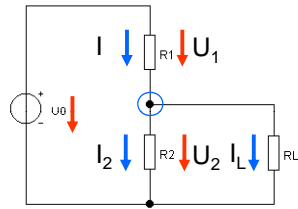
$$\bar{U} = \bar{R} \bar{I}$$

$$\begin{pmatrix} U_1 - U_2 \\ 0 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_A \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix}$$

$$\bar{R}^{-1} \cdot \bar{U} = \bar{R}^{-1} \cdot \bar{R} \bar{I}$$

$$\bar{R}^{-1} \cdot \bar{U} = \bar{I}$$

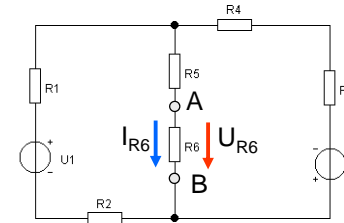
$$\bar{I} = \bar{R}^{-1} \cdot \bar{U}$$



$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L}} \cdot U_0$$

$$U_2 = \frac{\frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L}}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L}} \cdot U_0$$

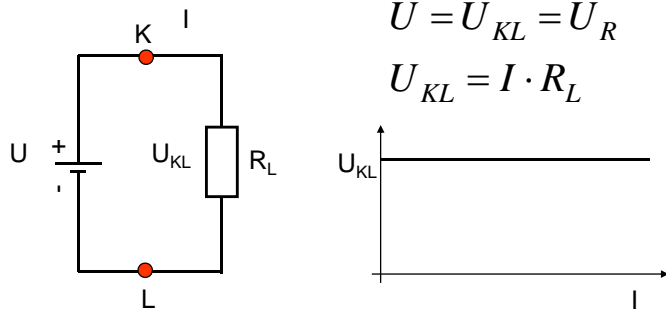
$$I = \frac{U_0}{R} = \frac{U_0}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L}} \quad I_2 = \frac{U_2}{R_2} \quad I_L = \frac{U_2}{R_L}$$



Zu berechnen sind Strom und Spannung über dem Widerstand R6.

Die Berechnung soll auf Basis des Überlagerungsverfahrens und des Zweipolverfahren (Ersatzspannungsquelle) erfolgen.

Ideale Spannungsquelle

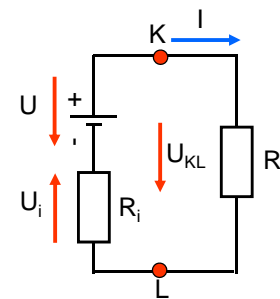


$$U = U_{KL} = U_R$$

$$U_{KL} = I \cdot R_L$$

Die Spannungsquelle hat keinen Innenwiderstand und die Klemmspannung bleibt bei beliebigem Strom konstant.

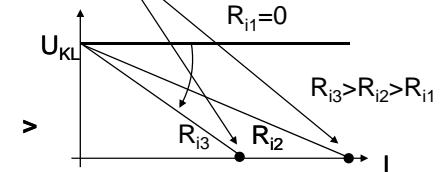
Reale Spannungsquelle



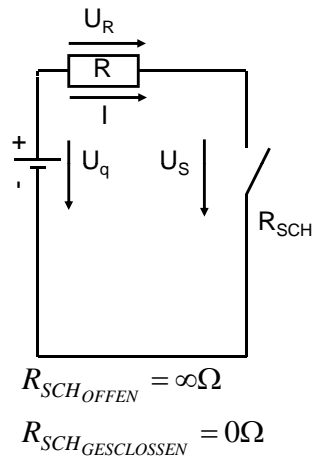
$$U_{KL} = U - U_i$$

$$U_{KL} = U - I \cdot R_i = I \cdot R_L$$

$$I_{\max} = \frac{U}{R_i} = \frac{U}{R_i + R_L}$$



Die Spannungsquelle hat einen Innenwiderstand und die Klemmspannung nimmt mit größerem Strom ab.



$$U_S = U_q - U_R$$

$$I = \frac{U_q}{R + R_{SCH}}$$

$$U_S = U_q - I \cdot R$$

Schalter geschlossen

Schalter geöffnet

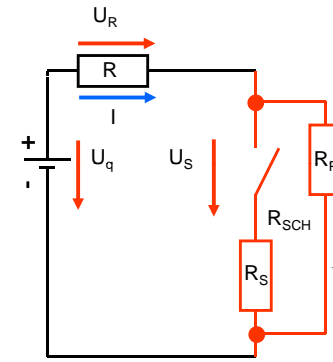
$$I = \frac{U_q}{R}$$

$$U_S = 0$$

$$I = 0$$

$$U_S = U_q$$

$$R_S \ll R_P$$



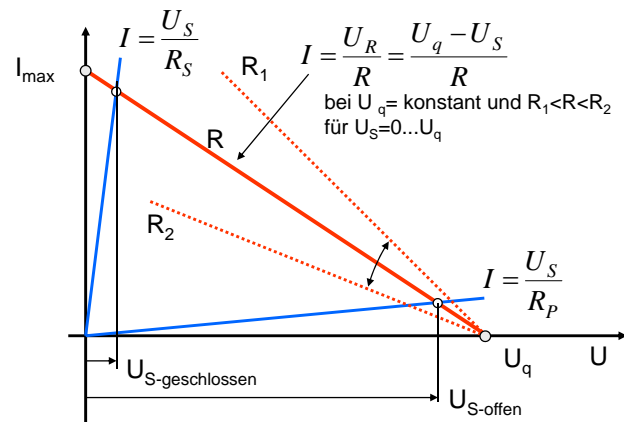
$$U_S = U_q - U_R$$

$$I = \frac{U_q}{R + R_{SCH}}$$

$$U_S = U_q - I \cdot R$$

Schalter geschlossen

Schalter geöffnet



- Ohmsche Gesetz
- Kirchhoffsche Regeln
- Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen
- Berechnung elektrischer Netzwerke
 - Ersatzspannungsquelle
 - Überlagerungsverfahren
- Ideale und Reale Spannungsquelle
- Idealer und Realer Schalter